

ПЕРЕДМОВА

Прагни вершини – матимеш середину.

Григорій Сковорода

Підготовка старшокласників до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) знань вимагає впровадження у навчання тестових завдань різноманітного характеру та змісту, удосконалення методів самостійної роботи учнів над навчальним матеріалом.

Метою пропонованого тестового зошита є організація самостійної роботи учнів при підготовці до ЗНО. Зошит містить тести зі всіх основних тем геометрії 10-го – 11-го класів, усього 11 тем. Тести укладено за темами, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є аналогічною структурі тестів, що пропонуються на зовнішньому оцінюванні знань із математики абітурієнтами. Кожний тест з тієї чи іншої теми укладено у двох рівноцінних варіантах, а тестові завдання підібрано за трьома рівнями складності. Завдання з першого по двадцяте передбачають вибір правильної відповіді з п'яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонується два завдання (21, 22) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із чотирьох або трьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п'яти запропонованих. Завдання з 23-го по 30-е — без поданих відповідей, тому потрібно розв'язати кожен із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. Завдання з 28*-го по 30*-е помічені зірочкою, тобто це завдання поглибленого рівня. Тестовий зошит містить також п'ять тестів на повторення планіметрії, які подано напочатку посібника. Тести на повторення містять по 30 задач, які пропонувалися у сертифікаційних тестових зошитах ЗНО з 2004 по 2017 рр. Тобто у цих тестах подано 150 тестових задач за курс геометрії 7-го – 9-го класів, а це всі задачі ЗНО з планіметрії.

Тестовий зошит містить довідник, у якому викладена теорія до кожної теми — означення, теореми, опорні задачі, а також подано розв'язання основних типів задач, що створює практичну базу для самостійного розв'язування завдань тестового зошита. Тема 32* запропонована із зірочкою й лише в одному варіанті, оскільки вона не є обов'язковою при підготовці до ЗНО. Задачі на зрізану піраміду та зрізаний конус у тестових зошитах ЗНО не пропонуються.

Наприкінці тестового зошита подано відповіді до всіх тестових завдань або вказівки щодо їхнього розв'язання. Цей посібник є четвертою частиною програми підготовки старшокласників до написання сертифікаційної роботи з математики. У третій частині посібника викладено курс геометрії 7-го – 9-го класів. Програма підготовки з геометрії наведена нижче. Вона розрахована на 36 робочих тижнів навчального року. Посібник є важливою складовою комплексної авторської програми підготовки старшокласників до ЗНО.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань абітурієнтів на зовнішньому тестуванні.

Для вчителів і учнів загальноосвітніх шкіл і профільних класів природничого та фізико-математичного спрямувань.

Навчальні теми та послідовність їх вивчення

Геометрія

Планіметрія

I семестр (I частина посібника)

- Тема 1.** Найпростіші геометричні фігури.
- Тема 2.** Взаємне розміщення трьох прямих на площині.
- Тема 3.** Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник. Сума кутів трикутника. Нерівність трикутника.
- Тема 4.** Зовнішній кут трикутника. Прямокутний трикутник.
- Тема 5.** Коло та його елементи. Коло, вписане у трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Геометричне місце точок.
- Тема 6.** Багатокутники. Чотирикутники. Паралелограм.
- Тема 7.** Прямокутник, квадрат і ромб.
- Тема 8.** Середня лінія трикутника. Трапеція. Середня лінія трапеції.
- Тема 9.** Центральні та вписані кути.
- Тема 10.** Вписані та описані чотирикутники.
- Тема 11.** Теорема Фалеса. Теорема про пропорційні відрізки. Теорема про медіани трикутника. Теорема про бісектрису трикутника.
- Тема 12.** Подібність трикутників.
- Тема 13.** Подібність і коло. Застосування подібності.
- Тема 14.** Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.
- Тема 15.** Співвідношення між кутами та сторонами прямокутного трикутника.
- Тема 16.** Теорема косинусів. Теорема синусів.
- Тема 17.** Площа паралелограма (квадрата, прямокутника, ромба).
- Тема 18.** Площа трикутника.
- Тема 19.** Площа трапеції.
- Тема 20.** Вписані та описані правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга. Площа сектора. Площа сегмента.
- Тема 21.** Декартові координати на площині.
- Тема 22.** Вектори.
- Тести на повторення.**

Стереометрія**Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.). Планіметрія. Повторення.****Тести 1–5.**

Тема 23. Взаємне розташування прямих у просторі. Взаємне розташування прямої і площини. Взаємне розташування площин. Властивості паралельних площин. Паралельне проектування

Тема 24. Перпендикулярність прямих і площини. Відстані у просторі. Теорема про три перпендикуляри.

Тема 25. Кути у просторі.

Тема 26. Декартова система координат. Вектори.

Тема 27. Багатогранники. Призма. Площі поверхонь, об'єм.

Тема 28. Піраміди. Частинні види пірамід. Площі поверхонь та об'єм піраміди.

Тема 29. Циліндр. Площа поверхні, об'єм.

Тема 30. Конус. Площа поверхні, об'єм.

Тема 31. Куля. Площа сфери, об'єм кулі. Кульовий сектор та кульовий сегмент.

Тема 32*. Зрізана піраміда. Зрізаний конус. Площі поверхонь, об'єм.

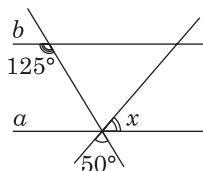
Тема 33. Комбінації тіл. Циліндр і призма. Піраміда і конус. Куля і призма. Куля і піраміда. Куля і конус. Куля і циліндр.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Тест 1. Задачі тестів ЗНО (2004 – 2017 рр.).
Планіметрія

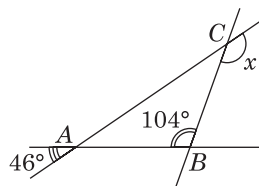
1. Прямі a і b — паралельні. Знайдіть градусну міру кута x , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
50°	60°	65°	75°	85°



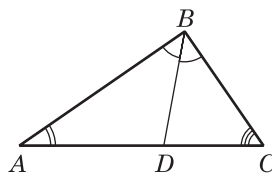
2. Знайдіть градусну міру кута x , зображеного на рисунку. (ЗНО, 2006 р.).

А	Б	В	Г	Д
95°	120°	140°	150°	160°



3. У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD — бісектриса кута B (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$. (ЗНО, 2009 р.).

А	Б	В	Г	Д
35°	45°	50°	55°	65°



4. Знайдіть довжину сторони BC трикутника ABC , якщо $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 3$ см.

А	Б	В	Г	Д
4 см	4,5 см	$\sqrt{6}$ см	$3\sqrt{3}$ см	$3\sqrt{2}$ см

5. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють кут 120° , а довжина третьої сторони дорівнює $3\sqrt{7}$ см. Знайдіть довжину найменшої сторони трикутника. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	$\sqrt{7}$ см	$3\sqrt{\frac{7}{3}}$ см

6. Гострий кут паралелограма дорівнює 60° , а його сторони дорівнюють 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма. (ЗНО, 2009 р.).

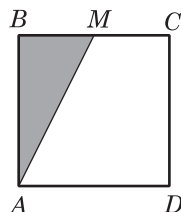
А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{37}$ см	$\sqrt{31}$ см	5 см	$\sqrt{19}$ см	$\sqrt{13}$ см

7. У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16 м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5 м, дорівнює 2 м. Визначте висоту дерева.

А	Б	В	Г	Д
12 м	12,5 м	13 м	14 м	15,5 м

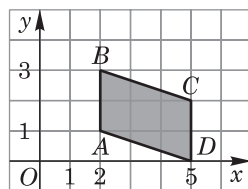
8. Точка M — середина сторони квадрата $ABCD$ (див. рисунок). Площа заштрихованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата. (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2



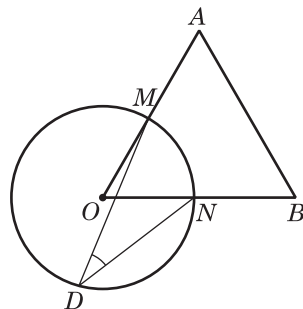
9. Обчисліть площу чотирикутника $ABCD$ (див. рисунок), сторони AB і CD якого паралельні осі Oy . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
10	5	3	6	7



10. На рисунку зображено коло з центром у точці O і рівносторонній трикутник AOB , що перетинає коло в точках M і N . Точка D належить колу. Знайдіть градусну міру кута MDN . (ЗНО, 2011 р.).

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	120°



11. Сума градусних мір двох кутів паралелограма дорівнює 150° . Знайдіть градусну міру більшого кута паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
75°	85°	105°	110°	115°

12. Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо $A(-2; 3)$, $B(-8; -5)$. (Пробне ЗНО, 2010 р.).

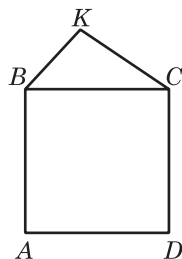
А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AB}(6; 8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -8)$	$\overrightarrow{AB}(-10; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -2)$	$\overrightarrow{AB}(-6; -8)$

13. Довжина кола дорівнює 16π см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г	Д
$128\pi \text{ см}^2$	$64\pi \text{ см}^2$	$32\pi \text{ см}^2$	$16\pi \text{ см}^2$	$8\pi \text{ см}^2$

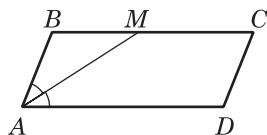
14. На рисунку зображено квадрат $ABCD$ і трикутник BKC , периметри яких відповідно дорівнюють 24 см і 20 см. Знайдіть периметр п'ятикутника $ABKCD$. (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
28 см	32 см	34 см	38 см	44 см

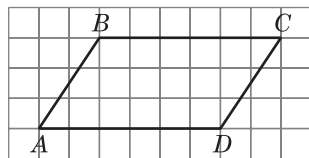


15. Бісектриса гострого кута A паралелограма $ABCD$ ділить сторону BC на відрізки $BM = 3$ см, $MC = 5$ см (див. рисунок). Обчисліть периметр паралелограма. (Пробне ЗНО, 2012 р.).

А	Б	В	Г	Д
16 см	20 см	22 см	24 см	26 см



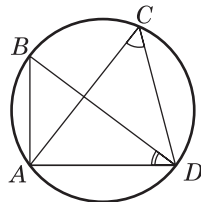
16. На папері у клітинку зображено паралелограм $ABCD$, вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рисунок). Знайдіть площу паралелограма $ABCD$, якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною 1 см. (ЗНО, 2010 р.).



А	Б	В	Г	Д
9 см ²	12 см ²	15 см ²	18 см ²	24 см ²

17. Точки A, B, C і D лежать на колі. BD — діаметр цього кола (див. рисунок). Знайдіть величину кута ACD , якщо $\angle ADB = 35^\circ$. (ЗНО, 2010 р.).

А	Б	В	Г	Д
35°	55°	60°	65°	70°



18. Знайдіть величину кута між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b} + \vec{c}$ (у градусах), якщо $\vec{a}(2; 2)$, $\vec{b}(2; 4)$ і $\vec{c}(-2; -6)$. (ЗНО, 2009 р.).

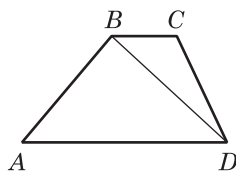
А	Б	В	Г	Д
60°	30°	135°	120°	150°

19. Знайдіть усі значення параметра a , при яких система $\begin{cases} x^2 + (y - a)^2 = 4, \\ y = -5 \end{cases}$ має єдиний розв'язок. У відповідь запишіть суму значень параметра a . (ЗНО, 2006 р.).

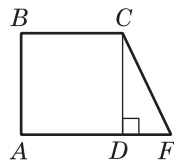
А	Б	В	Г	Д
-7	-10	10	-3	7

- 20.** У трапеції $ABCD$ основи BC і AD відносяться, як $1 : 3$. Знайдіть площу трапеції (див. рисунок), якщо площа трикутника BCD дорівнює 2 см^2 . (ЗНО, 2007 р.).

А	Б	В	Г	Д
4 см^2	6 см^2	8 см^2	10 см^2	12 см^2



- 21.** На рисунку зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та прямокутний трикутник CDF , гіпотенуза якого CF дорівнює $\sqrt{5} \text{ см}$. Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, 2014 р.).



- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1 Довжина катета FD трикутника CDF дорівнює | А 1 см |
| 2 Довжина радіуса кола, описаного навколо квадрата $ABCD$, дорівнює | Б $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ см}$ |
| 3 Відстань від точки F до прямої BC дорівнює | В $\sqrt{2} \text{ см}$ |
| 4 Відстань від точки F до прямої BD дорівнює | Г 2 см |
| | Д $2\sqrt{2} \text{ см}$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

- 22.** На рисунках (1 – 5) наведено інформацію про п'ять трикутників. (ЗНО, 2015 р.). Установіть відповідність між запитанням (1 – 4) та правильною відповіддю на нього (А – Д).

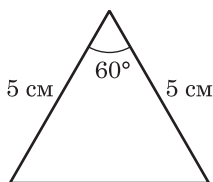


Рис. 1

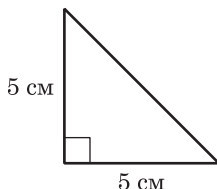


Рис. 2

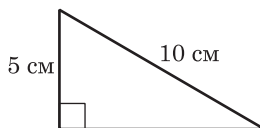


Рис. 3

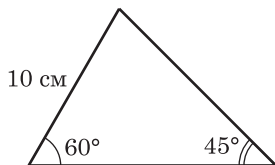


Рис. 4

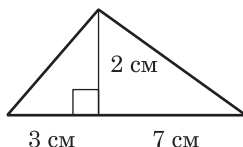


Рис. 5

Запитання

1 На якому рисунку зображено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?

2 На якому рисунку зображено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° ?

3 На якому рисунку зображено трикутник, площа якого дорівнює 10 см^2 ?

4 На якому рисунку зображено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$?

Відповідь

А На рис. 1

Б На рис. 2

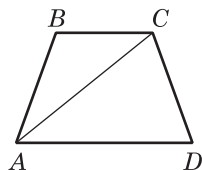
В На рис. 3

Г На рис. 4

Д На рис. 5

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

- 23.** На рисунку зображено рівнобедрену трапецію $ABCD$, у якій $AD = 8 \text{ см}$, $BC = 4 \text{ см}$, $AC = 10 \text{ см}$. Установіть відповідність між проекцією відрізка на пряму (1 – 4) та довжиною проєкції (А – Д). (Пробне ЗНО, 2013 р.).



Проекція відрізка на пряму

1 проекція відрізка BC на пряму AD

2 проекція відрізка CD на пряму AD

3 проекція відрізка AC на пряму AD

4 проекція відрізка AD на пряму AC

Довжина проєкції

А 2 см

Б 4 см

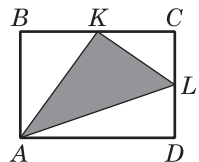
В 4,8 см

Г 5,6 см

Д 6 см

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

- 24.** У прямокутнику $ABCD$: $AB = 6 \text{ см}$, $BC = 8 \text{ см}$, K і L — середини сторін BC і CD відповідно (див. рисунок). Знайдіть площу трикутника AKL (у см^2). (ЗНО, 2010 р.).

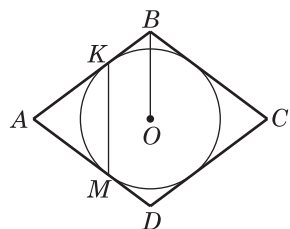


Відповідь. _____

- 25.** У ромб $ABCD$ вписано коло з центром у точці O , яке дотикається до сторін AB і AD у точках K і M відповідно (див. рисунок). Периметр ромба дорівнює 48 см, $\angle A = 60^\circ$. Знайдіть:

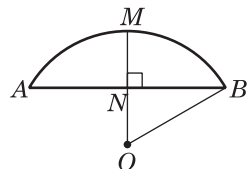
1. Довжину відрізка OB (у см).

2. Довжину відрізка KM (у см). (ЗНО, 2015 р.).



Відповідь. _____

- 26.** На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O . MN — серединний перпендикуляр до AB , $MN = 3 \text{ м}$. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м. (Пробне ЗНО, 2013 р.).



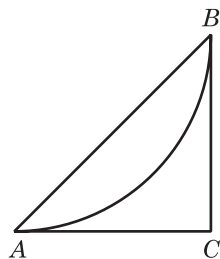
Відповідь. _____

27. Площа ромба дорівнює $10,8 \text{ см}^2$, а площа круга, вписаного у ромб, — $2,25\pi \text{ см}^2$.

1. Визначте довжину радіуса круга, вписаного в ромб (у *см*). (Пробне ЗНО, 2013 р.).
2. Обчисліть довжину сторони ромба (у *см*).

Відповідь. _____

28. План паркової зони (див. рисунок), обмеженої трикутником ABC , зображено на рисунку. Дуга AB — велосипедна доріжка. Відомо, що дуга AB є четвертою частиною кола з радіусом $1,8 \text{ км}$. CA і CB — дотичні до цього кола (A і B — точки дотику). Обчисліть площу зображеної на плані паркової зони (у км^2). (ЗНО, 2013 р.).



Відповідь. _____

29. На стороні AD паралелограма $ABCD$ як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони BC в точці M . Довжина дуги MD дорівнює $6,5\pi \text{ см}$. (ЗНО, 2014 р.).

1. Обчисліть (у *см*) довжину радіуса цього кола.
2. Обчисліть площу паралелограма $ABCD$.

Відповідь. _____

30. Паралелограм $ABCD$ побудовано на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ як на сторонах. Відомо, що $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 7$. Знайдіть величину кута між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (у градусах). (ЗНО, 2008 р.)

Відповідь. _____